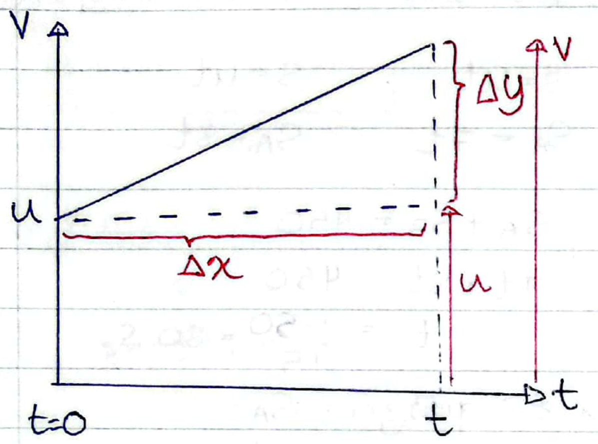
No : Date: / /

චලිත සමීකරණ ගොඩනැංවීම.

ආරම්භයේදී u ප්‍රවේගයෙන් චලිතය අරඹා t කාලයක් a ඒකාකාර ත්වරණයෙන් ගමන් කරන වස්තුවක් සලකමු. එහි v-t ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් පහත මූලික චලිත සමීකරණ ගොඩ නැංවිය හැක.



ප්‍රස්තාරයේ අනුක්‍රමණය (m) = ත්වරණය

$m = \Delta y / \Delta x$

$m = \frac{v-u}{t}$

$m = a$ නිසා (ත්වරණය)

$a = \frac{v-u}{t}$

$at = v-u$

$v = u+at$ —— (1)

t කාලයකදී වර්ගඵලය සලකා,

වර්ගඵලය (A) = S

$A = \left(\frac{v+u}{2}\right)t$

A = S නිසා

$S = \left(\frac{v+u}{2}\right)t$ —— (2)

(1) - $v=u+at$

(2) - $s=\left(\frac{v+u}{2}\right)t$

මෙම මූලික චලිත සමීකරණ 2 භාවිතා කර ගැටලු විසඳීමට වඩාත් පහසුවන සේ පහත අමතර චලිත සමීකරණ ගොඩ නැංවිය හැක.

(1)න් (2)ට v ආදේශය:-

$S = \left(\frac{u+at+u}{2}\right)t$

$S = \left(\frac{2u+at}{2}\right)t$

$S = ut + \frac{1}{2}at^2$

(1)න් (2)ට t ආදේශය:-

$v = u+at$

$t = \left(\frac{v-u}{a}\right)$

(2) → $s = \left(\frac{u+v}{2}\right)\left(\frac{v-u}{a}\right)$

$s = \frac{(u+v)(v-u)}{2a}$

$2as = uv-u^2+v^2-vu$

$v^2 = u^2+2as$ —— (4)

* චලිත ආකාර ප්‍රධාන වශයෙන් පහත පරිදි කොටස් 3කට බෙදා දැක්විය හැකිය.

(1) තිරස් සරල රේඛීය → ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් / → ත්වරණයෙන්

(2) ගුරුත්වය යටතේ සිරස්

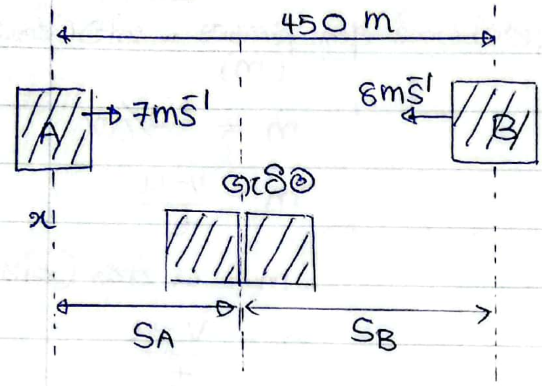
(3) ප්‍රක්ෂිප්ත.

CamScanner

තිරස් සරල රේඛීය චලිත

(01) ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් සිදුකරන තිරස් සරල රේඛීය චලිත.

වස්තු 2ක් එකිනෙකට 450 m ඈතින් සිට එකම මොහොතේ චලිතය අරඹා එකිනෙකා දෙසට $7ms^{-1}$ හා $8ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරයි. වස්තු 2 ගැටීමට කාලය සොයන්න.



ආරම්භයේ සිට ගැටීමට ගතවූ කාලය t නම්

$s = ut$ $\qquad$ $s = ut$

$S_A = 7t$ $\qquad$ $S_A = 8t$

$S_A + S_B = 450$

$7t + 8t = 450$

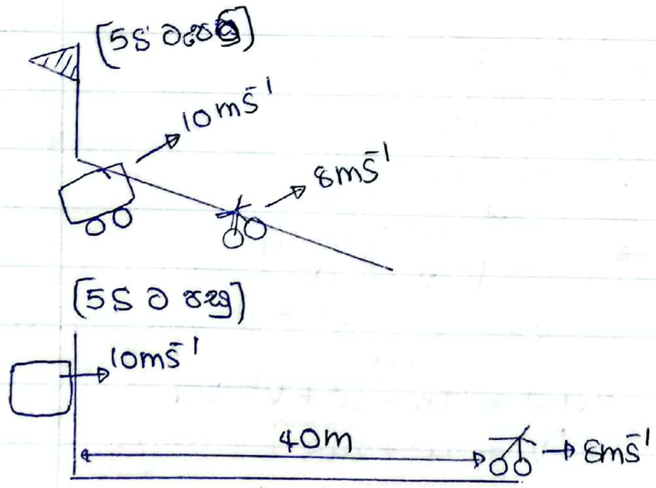
$t = \frac{450}{15} = 30\ s$

ගැටෙන ස්ථානයට x සිට ඇති දුර $= S_A$

$= 7t$

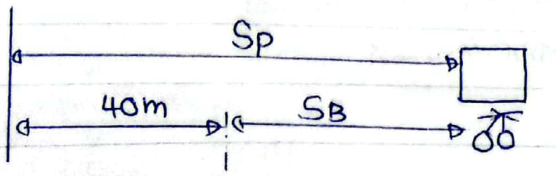
$= 7 \times 30 = 210\ m$

රතු ආලෝක සංඥාවක පොලිස් රථයක් නවතා සිටින අතර එම මොහොතේ බයිසිකලයක් $8ms^{-1}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් පොලිස් රථය පසු කර ඉදිරියට ගමන් කරයි. ඉන් 5 s ට පසු පොලිස් රථය $10ms^{-1}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ලුහුබැඳීම අරඹන්නේ නම් ලුහුබැඳීම අරඹා කොපමණ කාලයකට පසු බයිසිකලය අල්ලා ගැනීමට හැකි වේ ද?



$S = ut = 8 \times 5 = 40m$

මින් t කාලයට පසු අල්ලා ගන්නේ යැයි සිතමු.



t කාලයේදී පොලිස් රථය ගිය දුර $= S_p$

$S_p = 10t$

t කාලයේදී බයිසිකලය ගමන් කළ දුර $= S_B$

$S_B = 8t$

අල්ලා ගන්නේ නම්,

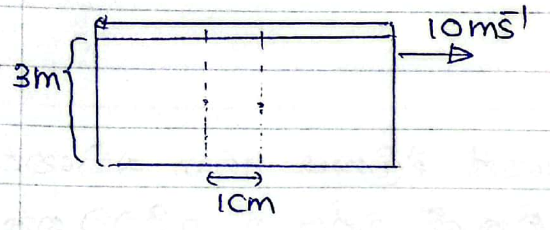
$S_p = S_B + 40$

$10t = 8t + 40$

$2t = 40$

$t = 20\ s$

බස් රථයක පළල 3m වන අතර එය තිරස්ව $10 ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරයි. බස් රථයේ චලිතයට ලම්බකව වදින ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරන උණ්ඩයක් බස්රථය හරහා ගමන් කිරීමේදී ඇති වන සිදුරු 2 අතර තිරස් පරතරය 1cm නම්, උණ්ඩයේ ප්‍රවේගය සොයන්න.



උණ්ඩය බස් රථය තුළ චලනය වන කාලය තුළ බස් රථය ඉදිරියට ගිය දුර $\}$ = 1cm

බස් රථය 1cm ඉදිරියට යාමට කාලය = t නම්,

$$s = ut$$
$$1\times10^{-2} = 10\,t$$
$$t = 1\times10^{-3}\,s$$

∴ උණ්ඩය බසය තුළ පැවති කාලය $= 1\times10^{-3}\,s$

$1\times10^{-3}\,s$ කාලයකදී උණ්ඩය ගෙවා ගිය දුර = 3 m

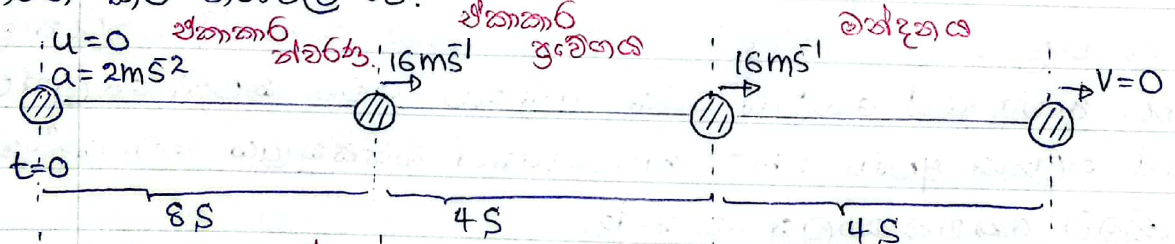
උණ්ඩයට; $s = ut$

$$u = s/t$$
$$u = ~~3\times10^{-}~~\ 3/1\times10^{-3} = 3000\,ms^{-1}$$

(02)

ත්වරණයෙන් ගමන් කරන චලිත

වස්තුවක් නිශ්චලතාවයෙන් චලිතය අරඹා පළමු 8 s, $2ms^{-2}$ ඒකාකාර ත්වරණයෙන්ද, ඊළඟ 4s ලබා ගත් ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ද, අවසන් 4s, මන්දනයෙන්ද ගමන් කර නිශ්චල වේ.



8 s: u ✓ v s a ✓ t ✓

$$v = u + at$$
$$v = 0 + 2\times8$$
$$v = 16\,ms^{-1}$$
$$s = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$$
$$s = \left(\frac{16+0}{2}\right)8$$
$$s = 64\ m$$

4 s: $s = ut$

$$s = ut$$
$$= 16\times4$$
$$s = 64\,m$$

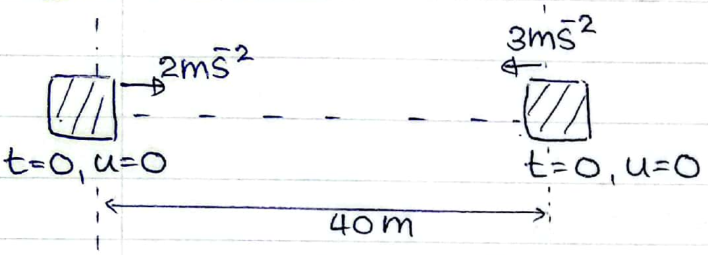
4 s: t ✓ v ✓ u ✓

$$v = u + at$$
$$0 = 16 + a\times4$$
$$a = -4\,ms^{-2}$$
$$s = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$$
$$s = \left(\frac{16+0}{2}\right)4$$
$$s = 32\,m$$

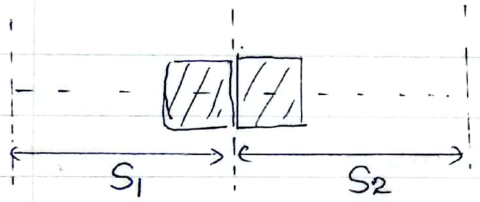
* එක් චලිත කලාපයක් යනු ත්වරණය නියතව පවතින කාල පරාසයකි. යම් චලිත කලාපයක් සම්බන්ධව දත්ත 3ක් දන්නේ නම් ඉතිරි භෞතික රාශිය පහසුවෙන් සෙවිය හැක.

* එක් කලාපයකදී ගණනය කර ගන්නා රාශියක් ඊළඟ කලාප සඳහා බොහෝ විට වැදගත් වේ.

වස්තු 2ක් එකම මොහොතේ නිශ්චලතාවයෙන් චලිතය අරඹා එකිනෙකා දෙසට $3ms^{-2}$ හා $2ms^{-2}$ ත්වරණවලින් චලිත වේ. වස්තු 2 ගැටීමට ගතවන කාලය සොයන්න.



මෙම මොහොතේ සිට ගැටීමට කාලය = t නම්,



$S_1 = ut + \frac{1}{2}at^2$

$S_1 = 0 + \frac{1}{2} \times 2 \times t^2$

$S_1 = \frac{2}{2}t^2$ //

$S_2 = ut + \frac{1}{2}at^2$

$S_2 = 0 + \frac{1}{2} \times 3t^2$

$S_2 = \frac{3}{2}t^2$ //

ගැටේ නම්,

$S_1 + S_2 = 40$

$\frac{2}{2}t^2 + \frac{3}{2}t^2 = 40$

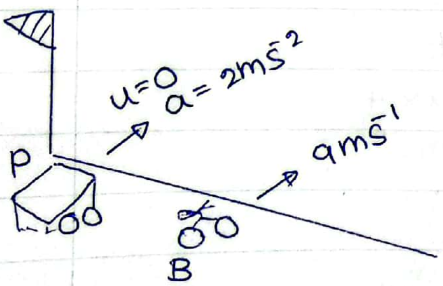
$5t^2 = 40 \times 2$

$t^2 = \frac{40 \times 2}{5}$

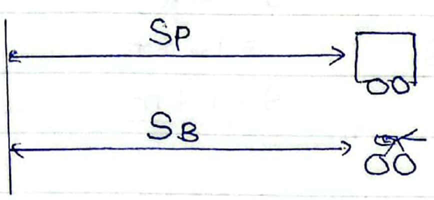
$t = \sqrt{16}$

$t = 4s$

පොලිස් රථයක් රතු ආලෝක සංඥාවක් අසල රඳවා තබන විට යතුරු පැදියක් $9 ms^{-1}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් පොලිස් රථය පසු කර ගමන් කරයි. පොලිස් රථය නිශ්චලතාවයෙන් චලිතය අරඹා $2ms^{-2}$ ත්වරණයෙන් බයිසිකලය හඹා යන්නේ නම්, අල්ලා ගැනීමට ගතවන කාලය සොයන්න.



මෙම කාලයේ සිට t කාලයකින් අල්ලාගන්නේ නම්,



පොලිස් රථයට,

$S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$S_P = 0 + \frac{1}{2} \times 2t^2$

$S_P = \frac{2}{2}t^2$

බයිසිකලයට;

$S = ut$

$S_B = 9 \times t$

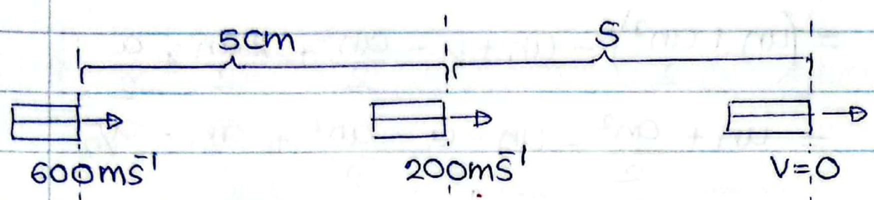
$S_B = 9t$

අල්ලා ගන්නේ නම්,

$S_P = S_B$

$t^2 = 9t$

$t = 9\,s$



$u = 600\,ms^{-1}$, $V = 200\,ms^{-1}$,
$S = 5 \times 10^{-2}\,m$

$V^2 = u^2 + 2as$

$(200)^2 = (600)^2 + 2a(5 \times 10^{-2})$

$a = \frac{(200)^2 - (600)^2}{(5 \times 10^{-2})2}$

$a = \frac{4 \times 10^4 - 36 \times 10^4}{10 \times 10^{-2}}$

$a = -32 \times 10^5\,ms^{-2}$

$u = 200\,ms^{-1}$, $V = 0$,
$a = -32 \times 10^5\,ms^{-2}$, S?

$V^2 = u^2 + 2as$

$0 = (200)^2 + 2(-32 \times 10^5)S$

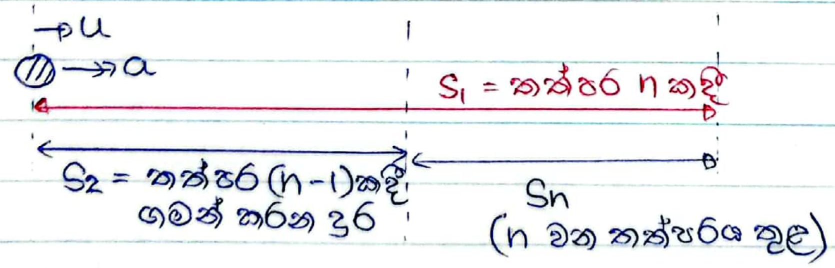
$64 \times 10^5 S = 4 \times 10^4$

$S = \frac{1}{160}\,m$

$S = 0.625\,cm$

ත්වරණයෙන් ගමන් කරන වස්තුවක් n වන තත්පරය තුළදී ගෙවා යන විස්ථාපනය

u ආරම්භක ප්‍රවේගයක් සහිතව a නියත ත්වරණයෙන් චලිත වන වස්තුවක් සලකමු.



මුල සිට තත්පර n කදී,

$S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$S_1 = un + \frac{1}{2}an^2$

මුල සිට තත්පර (n-1) කදී,

$S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$S_2 = u(n-1) + \frac{1}{2}a(n-1)^2$

$S_n = S_1 - S_2$

RATHNA

CamScanner

n තත්පරය තුළ ගෙවා යන දුර (S_n) $= S_1 - S_2$

$$= \left(un + \frac{an^2}{2}\right) - \left[u(n-1) + \frac{a(n-1)^2}{2}\right]$$

$$= \left(un + \frac{an^2}{2}\right) - \left[un - u + \frac{a}{2}(n^2 - 2n + 1)\right]$$

$$= \left(un + \frac{an^2}{2}\right) - un + u - \frac{an^2}{2} + \frac{2an}{2} - \frac{a}{2}$$

$$= un + \frac{an^2}{2} - un - u - \frac{an^2}{2} + an - a/2$$

$$S_n = u + \frac{a}{2}(2n-1)$$

වස්තුවක් u ප්‍රවේගයෙන් චලිතය අරඹා a නියත ත්වරණයෙන් චලිත වේ. එය චලිතයේ 8 s තුළ 19 m ද, 10 s තුළ 23 m ද ගමන් කරන්නේ නම් ආරම්භක ප්‍රවේගය හා ත්වරණය සොයන්න.

$$S_n = u + \frac{a}{2}(2n-1)$$

$$S_8 = u + \frac{a}{2}(2\times8-1) \qquad S_{10} = u + \frac{a}{2}(2\times10-1)$$

$$19 = u + \frac{a}{2}\times15 \quad \text{—(1)} \qquad S_{10} = u + \frac{a}{2}\times19 \quad \text{—(2)}$$

(2) − (1)

$$4 = 2a$$

$$a = 2ms^{-2}$$

(1) →

$$19 = u + \frac{a}{2}\times15$$

$$19 = u + \frac{2}{2}\times15$$

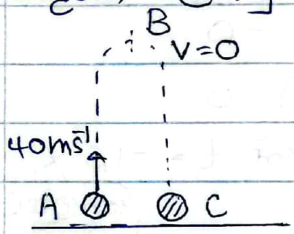
$$u = 19 - 15$$

$$u = 4ms^{-1}$$

ගුරුත්වය යටතේ චලිතය

පොළොවෙන් ඇති කරන ගුරුත්වාකර්ෂණ බලය පමණක් යටතේ අවකාශයේ චලිතවන වස්තූන් ගුරුත්වය යටතේ නිදහසේ චලනය වන වස්තූන් ලෙස සැලකිය හැක. මෙවැනි චලිතයක් සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීමේදී අවකාශයේ පවතින ඕනෑම අවස්ථාවක වස්තුවේ ත්වරණය පහළ දිශාවට $10ms^{-2}$ ලෙස සැලකිය හැකි අතර සෑම අවස්ථාවකදීම චලිත දිශාව සලකා දෛශිකභාවය අනුව සමීකරණවලට ආදේශ කළ යුතු

(*) පොළොව මට්ටමේ සිට සිරස්ව ඉහළට $40ms^{-1}$ ක ප්‍රවේගයෙන් විසිකරන වස්තුවක් සලකමු.



↑AB $u = \uparrow 40ms^{-1}$, $V = 0$, $a = \downarrow 10ms^{-2}$

$\uparrow V = u + at$

$0 = 40 - 10t$

$t = 4s$

$\uparrow S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$S = 40 \times 4 + \frac{1}{2}(-10) \times 4^2$

$S = 160 - 80 = 80m$

↓BC $u = 0$, $a = \downarrow 10ms^{-1}$, $S = \downarrow 80m$

පහළට වැටීමට කාලය t නම්,

$\downarrow S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$80 = 0 + \frac{1}{2} \times 10 \times t^2$

$80 = 5t^2$

$t = \sqrt{16} = 4s$

පහළට වැටෙන විට ප්‍රවේගය

↓BC $\downarrow V = u + at$

$V = 0 + 10 \times 4$

$V = 40ms^{-1}$

ඉහත චලිතයේ A සිට C දක්වා සමස්ථ චලිතය සැලකීමේදී චලිතය පුරාවටම එකම ත්වරණයක් පවතින නිසා AC සමස්ථ චලිතය තනි කලාපයක් ලෙස සලකා පහත පරිදි මුලු පියාසර කාලය සෙවිය හැක.

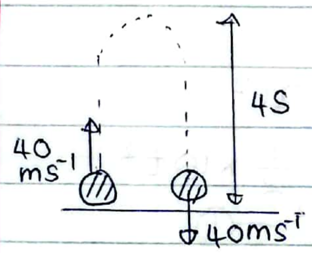
AC $S = 0$, $u = \uparrow 40ms^{-1}$, $a = \downarrow 10ms^{-2}$

$\uparrow S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$0 = 40t + \frac{1}{2}(-10)t^2$

$40t = 5t^2$

$t = 8s$

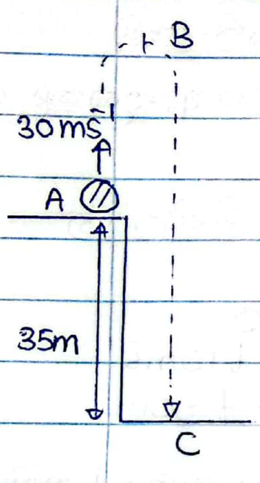


ඉහළට විසි කරන ප්‍රවේගයත්ම පහළ දී ගැටෙන ප්‍රවේගයට සමාන නෑ. (ප්‍රවේගයට දිශාවත් බලපාන නිසා) එත් වේග සමානයි.

කුරුල්ලෙක් අහසේ පියාඹා යාම, ගුවන්යානයක චලිතය ගුරුත්වයේ යටතේ චලිත නෙවේ. ගුරුත්වය යටතේ චලිතවලදී වස්තුවට තියෙන්නේ බර විතරයි.

RATHNA
CamScanner

පොළොවේ සිට 35m උසින් පවතින බිම් ගැට්ටක සිට වස්තුවක් සිරස්ව ඉහළට $30ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. වස්තුව පොළොවේ ගැටීමට ගත වන කාලය සොයන්න.



$\downarrow AC$ $\quad u = \uparrow 30ms^{-1}$

$a = \downarrow 10ms^{-2}$

$S = \downarrow 35m$

$\downarrow S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$35 = -30t + \frac{1}{2}(10)t^2$

$35 = -30t + 5t^2$

$7 = -6t + t^2$

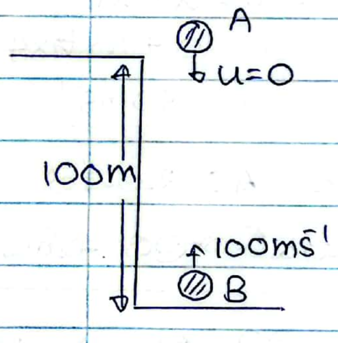
$t^2 - 6t - 7 = 0$

$(t-7)(t+1) = 0$

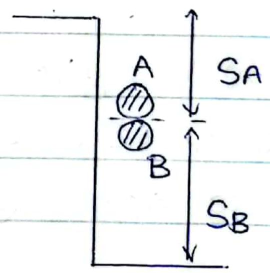
$t = 7S$ හෝ $t = -1S$ ✗

(කාලය (-) විය නොහැක.)

100m උස ගොඩනැගිල්ලක සිට වස්තුවක් අතහරින මොහොතේම ගොඩනැගිල්ල පාමුල සිට $100ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් වස්තුවක් සිරස්ව ඉහළට විසිකරයි. වස්තූ 2 ගැටීමට ගත වන කාලය සොයන්න.



ගැටීමට කාලය t නම්, →



A ට, $\downarrow S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$S_A = 0 + \frac{1}{2} \times 10t^2$

$S_A = 5t^2$ —①

B ට, $\uparrow S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$S_B = 100t + \frac{1}{2}(-10)t^2$

$S_B = 100t - 5t^2$ —②

ගැටීමට නම්; $S_A + S_B = 100$

$5t^2 + 100t - 5t^2 = 100$

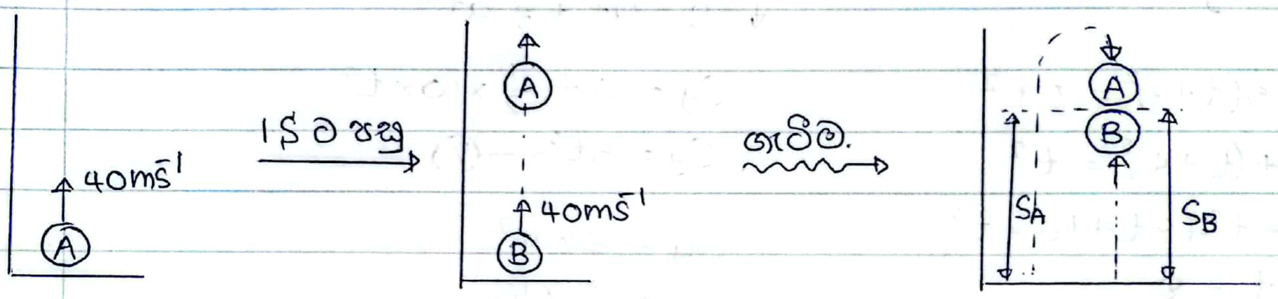
$t = 1S$

RATHNA

CamScanner

වස්තුවක් තිරස් මතුපිටක සිට $40ms^{-1}$ තිරස් ප්‍රවේගයෙන් ඉහළට විසි කරයි. 1s ට පසු තවත් වස්තුවක් එම ස්ථානයෙන් ම, එම ප්‍රවේගයෙන්ම ඉහළට විසිකරයි. වස්තු 2 ගැටීමට දෙවන වස්තුව විසි කළ මොහොතේ සිට ගතවන කාලය සොයන්න.

* එකම දිශාවට 1s කාල වෙනසක් සහිතව එකම ප්‍රවේගයෙන් වස්තු 2 විසි කරයි. ඒ අනුව වස්තු ගැටීම සිදුවන්නේ, පළමු වස්තුව උපරිම උසට ගොස් ආපසු පැමිණෙන මොහොතේ විය යුතුය.



B විසිකර t කාලයකින් වස්තු 2 ගැටෙන්නේ නම්,

B හි චලිත කාලය $= t$

A හි චලිත කාලය $= (t+1)$

<u>A</u> $\uparrow s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$$S_A = 40(t+1) + \frac{1}{2}(-10)(t+1)^2$$
$$= 40(t+1) - 5(t+1)^2 \quad (1)$$

<u>B</u> $\uparrow s = ut + \frac{1}{2}at^2$

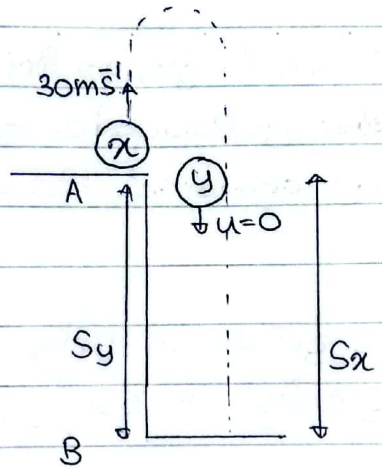
$$S_B = 40t + \frac{1}{2}(-10)t^2$$
$$= 40t - 5t^2 \quad (2)$$

$S_A = S_B$ විය යුතු ය.

$$40(t+1) - 5(t+1)^2 = 40t - 5t^2$$
$$8(t+1) - (t+1)^2 = 8t - t^2$$
$$8t + 8 - t^2 - 2t - 1 = 8t - t^2$$
$$2t = 7$$
$$t = 3.5s$$

Pg 14

(07)



y චලිත වූ කාලය = t

x චලිත වූ කාලය = (t + 4)

x හි විස්ථාපනය S_x නම්,

$\downarrow\ s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$S_x = (-30)(t+4) + \frac{1}{2} \times 10 (t+4)^2$

$S_x = -30(t+4) + 5(t+4)^2$ — ①

y හි විස්ථාපනය S_y නම්,

$\downarrow\ s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$S_y = 0 + \frac{1}{2} \times 10 \times t^2$

$S_y = 5t^2$ — ②

ගැටුමේදී, $S_y = S_x$ වේ.

$-30(t+4) + 5(t+4)^2 = 5t^2$

$-6(t+4) + (t+4)^2 = t^2$

$-6t - 24 + t^2 + 8t + 16 = t^2$

$2t = 8$

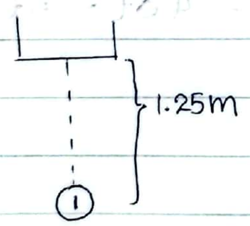
$t = 4\,s$

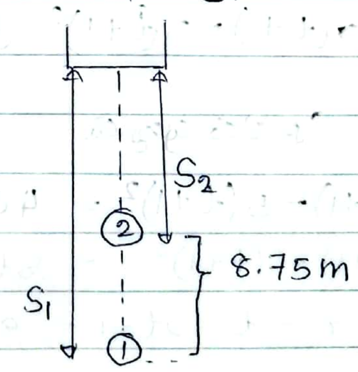
$S_y = 5 \times 4^2$

$= 5 \times 16$

$S_y = 80m$

සමාන කාල ප්‍රාන්තරවලින් කරාමයකින් ජල බිංදු වැස්සේ. පළමු ජල බිංදුව කරාමයේ සිට 1.25 m පහළින් සිටින විටදී 2 වන ජල බිංදුව කරාමයෙන් සිරුවෙන් වැස්සෙන්නේ නම් ජල බිඳු 2 අතර දුර 8.75 m වන විට පළමු ජල බිංදුව කරාමයේ සිට කොපමණ දුරක් වැටී ඇත් ද?





② වන ජල බිඳුව වැටීමට ආරම්භ වනවිට පළමු ජල බිඳුව චලිත වී ඇති කාලය = t නම්,

① බිඳුවට

$\downarrow\ s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$1.25 = 0 + \frac{1}{2} \times 10t^2$

$t^2 = 0.25$

$t = 0.5\,s$

මෙම අවස්ථාවට පැමිණීමට ① බිඳුව මුදා හළ මොහොතේ සිට ගත වී ඇති කාලය = t_0 නම්,

දෙවන ජල බිඳුව චලිත වී ඇති කාලය } = $(t_0 - 0.5)$

RATHNA

• ① බිඳුවට;

$\downarrow S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$S_1 = 0 + \frac{1}{2} \times 10 \times t_0^2$

$S_1 = 5t_0^2$ — ①

② බිඳුවට;

$\downarrow S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$S_2 = 0 + \frac{1}{2} \times 10\,(t - 0.5)^2$

$S_2 = 5(t_0 - 0.5)^2$ — ②

රූපයට අනුව, (තර්කය)

$S_1 - S_2 = 8.75$

$5t_0^2 - 5(t_0 - 0.5)^2 = 8.75$

~~$5t_0^2 - 5t$~~

$t_0^2 - (t_0 - 0.5)^2 = \frac{8.75}{5}$

$t_0^2 - t_0^2 + t_0 - 0.25 = 1.75$

$t_0 = 2S$

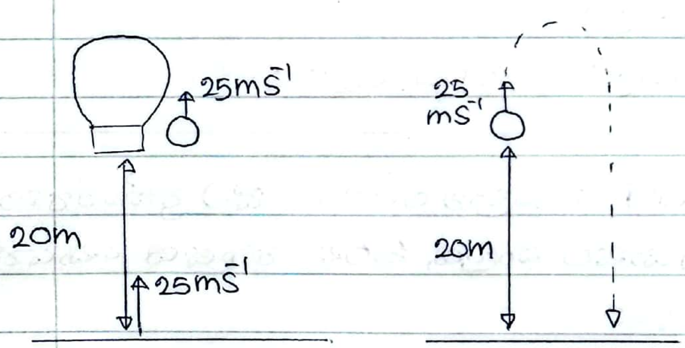
$S_1 = 5t_0^2$

$S_1 = 5 \times 2^2$

$S_1 = 5 \times 4$

$S_1 = 20\,m$

සිරස්ව ඉහළට $25ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ඉහළ යන බැලූනයක් පොළොවේ සිට 20m ඉහළදී සිරුවෙන් වස්තුවක් මුදා හරී. වස්තුව නැවත පොළොව වෙතට පැමිණීමට වස්තුව මුදා හළ මොහොතේ සිට ගත වන කාලය සොයන්න.



මුලු චලිතයටම;

$\downarrow S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$20 = (-25)t + \frac{1}{2} \times 10 \times t^2$

$20 = -25t + 5t^2$

$4 = -5t + t^2$

$t^2 - 5t - 4 = 0$

$t = 5.7\,s$

$t^2 - 5t - 4 = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1(-4)}}{2 \times 1}$

$= \frac{5 \pm \sqrt{25 + 16}}{2}$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2} = \frac{5 \pm 6.4}{2}$

$x = \frac{5 + 6.4}{2}$ හෝ $x = \frac{5 - 6.4}{2}$ ✗

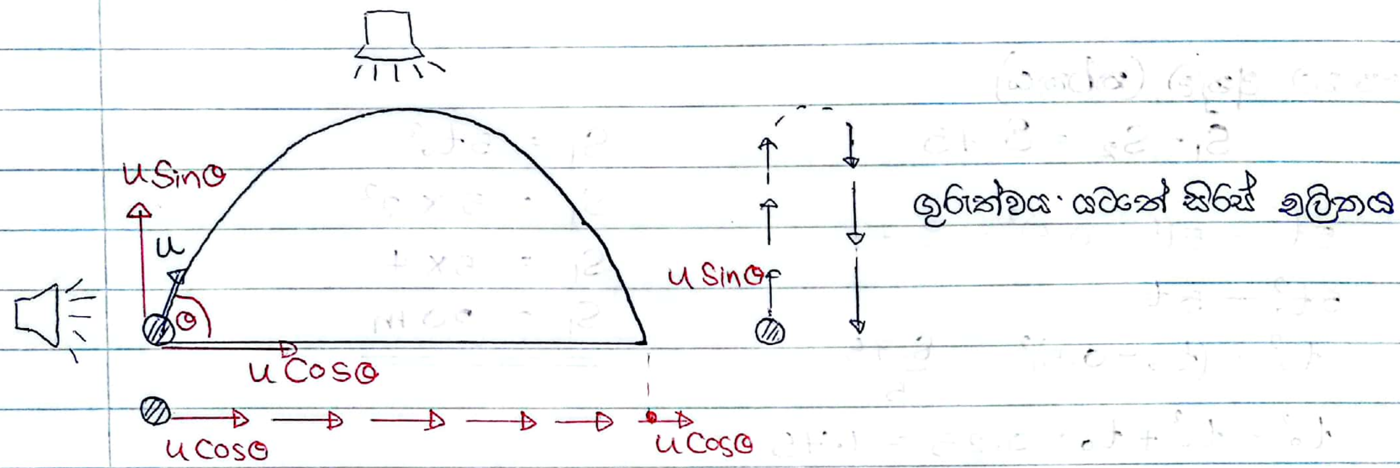
$x = \frac{11.4}{2}$

$x = 5.7$

(කාලය ⊖ විය නොහැක.)

ප්‍රක්ෂිප්ත

තිරසට ආනතව ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේපණය කරන ලද වස්තුවක චලිතය ප්‍රක්ෂිප්ත ආකාරයක් ගනු ලබයි. ප්‍රක්ෂිප්තයක චලිතය අධ්‍යයනය කිරීමේදී එය සමන්විත වන්නේ ගුරුත්වය යටතේ සිරස් චලිතයකත්, තිරස් සරල රේඛීය චලිතයකත් එකතුවකින් බව හඳුනාගත හැකි ය.

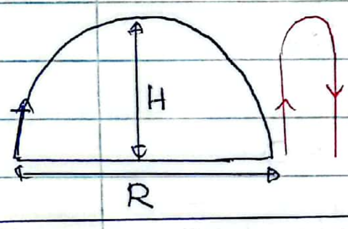


තිරස් සරල රේඛීය චලිතය

[ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන්

$\rightarrow$ $S = ut$]

ප්‍රක්ෂිප්තයක් පිළිබඳ පහත මූලික ගණනය කිරීම් 3 ඉතා වැදගත් වේ.

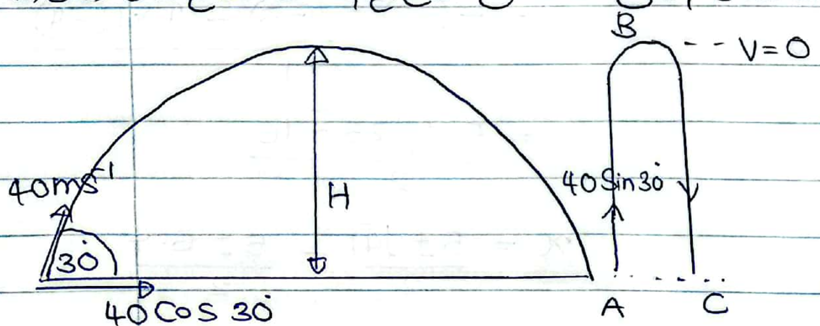


① උපරිම උස (H) } සිරස් චලිතය

② පියාසර කාලය (T)

③ තිරස් පරාසය (R) – තිරස් චලිතය

තිරසට $30°$ ක් ආනතව $40ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් පොළොව මට්ටමේ සිට ප්‍රක්ෂේපණය කරන වස්තුවකට අදාළව උපරිම උස, පියාසර කාලය, තිරස් පරාසය සොයන්න.



$= 40\sqrt{3}/2$

$= 20\sqrt{3}\ ms^{-1}$

$40 \sin 30° = 40 \times \frac{1}{2} = 20ms^{-1}$

තිරස් චලිතය

$\rightarrow$ $S = ut$

$= 40 \cos 30° \times 4s$

$= 20\sqrt{3} \times 4$

$S = \underline{80\sqrt{3}\ m}$

RATHNA

CamScanner

~~සිරස~~ සිරස් චලිතය (AB)

$\uparrow \; v^2 = u^2 + 2as$

$0 = (20)^2 + 2(-10)H$

$400 = 20H$

$\underline{\underline{H = 20m}}$

සිරස් චලිතය

$\uparrow v = u + at$

$0 = 20 + (-10)t$

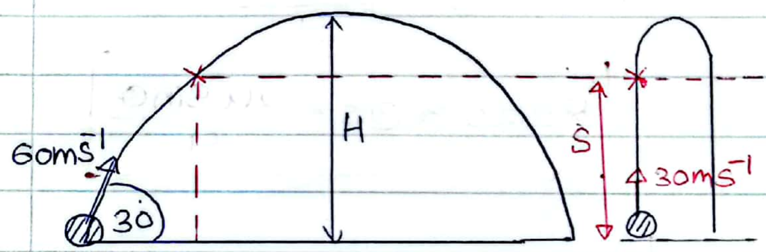
$20 = 10t$

$t = 2s$

පියාසර කාලය $= 2s + 2s$

$\underline{\underline{= 4s}}$

ප්‍රක්ෂිප්තයක් තිරසට 30°ක් ආනතව $60ms^{-1}$ ආරම්භක ප්‍රවේගයෙන් විසිකරනු ලැබේ. විසිකර 2s ට පසු විසිකරන ලද ස්ථානයේ සිට පිහිටීම සොයා එම මොහොතේදී වස්තුව චලනය වන ප්‍රවේගය ගණනය කරන්න.



තිරස් චලිතය (t=2s විට)

$\vec{s} = ut$

$s = 60 \cos 30° \times 2$

$s = 60 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2$

$\underline{\underline{s = 60\sqrt{3} \; m}}$

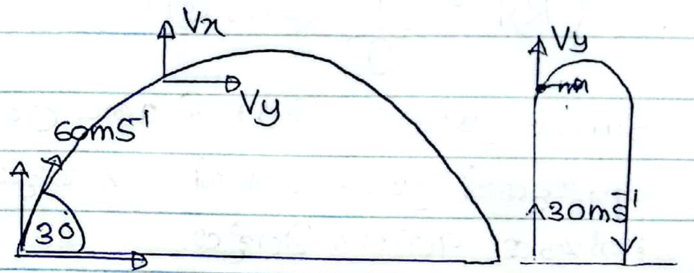
සිරස් චලිතය

$v = 30ms^{-1}\downarrow, \; a = \downarrow 10ms^{-2}, \; t = 2s$

$\uparrow s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$s = 30 \times 2 + \frac{1}{2}(-10) \times 2^2$

$\uparrow s = 60 - 20 = 40m$ //



$60 \cos 30$

$= 60 \times \sqrt{3}/2$

$= 30\sqrt{3} \; ms^{-1}$ //

$t = 2s$ විට: V_y

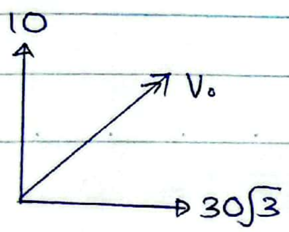
$\uparrow v = u + at$

$V_y = 30 + (-10) \times 2$

$V_y = 10ms^{-1}$

ගමන පුරාවට වස්තුවේ තිරස් ප්‍රවේගය නියත නිසා,

$V_x = 30\sqrt{3} \; ms^{-1}$



$(V_0)^2 = 10^2 + (30\sqrt{3})^2$

$= 100 + (900 \times 3)$

$V_0^2 = 100 + 2700$

$V_0 = \sqrt{2800}$

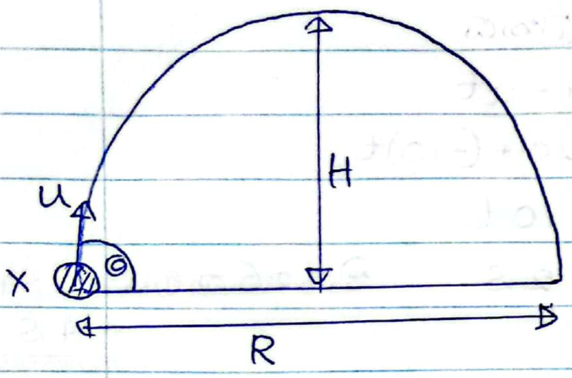
$V_0 = \sqrt{400 \times 7} = \underline{\underline{20\sqrt{7} \; ms^{-1}}}$

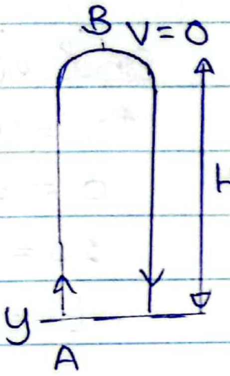
$\tan\alpha = \frac{10}{30\sqrt{3}}$

$\tan\alpha = \frac{1}{3\sqrt{3}}$

$\underline{\underline{\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{1}{3\sqrt{3}}\right)}}$

CamScanner





AB ↑ $v^2 = u^2 + 2as$

$0 = u^2 \sin^2\theta - 2gH$

$2gH = u^2 \sin^2\theta$

$$H = \frac{u^2 \sin^2\theta}{2g}$$

XY → $S = ut$

$= u\cos\theta \times$ පියාසර කාලය

$= u\cos\theta \times \frac{2u\sin\theta}{g}$

$$S = \frac{2u^2 \sin\theta\cos\theta}{g}$$

$$S = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

AB ↑ $v = u + at$

$0 = u\sin\theta - gt$

$gt = u\sin\theta$

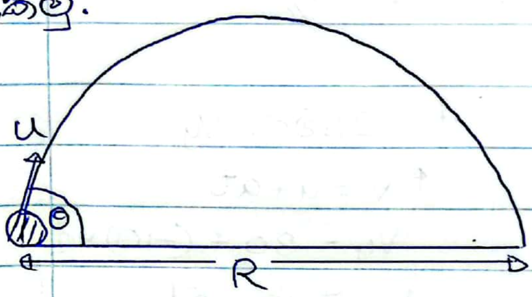
$t = \frac{u\sin\theta}{g}$

පියාසර කාලය $= \frac{2u\sin\theta}{g}$

ප්‍රක්ෂිප්ත සම්බන්ධ විශේෂ සිද්ධාන්ත

ප්‍රක්ෂිප්තයක උපරිම තිරස් පරාසය*

u නියත වේගයකින්, ඕනෑම කෝණයකින් ප්‍රක්ෂේපණය කළ හැකි වස්තුවක් සලකමු.



(නියත)

$(R)\uparrow = \frac{u^2}{g} (\sin 2\theta)\uparrow$

$\sin 2\theta$ උපරිම වන විට R හි අගය උපරිමවේ. Sin පදයක් උපරිම වන්නේ Sin පදය තුළ කෝණය 90° වන විටදීය.

$\therefore 2\theta = 90°$ විය යුතුය.

$\theta = 45°$ විය යුතුය.

*මේ අනුව යම් නියත වේගයකට අදාළව උපරිම තිරස් පරාසය ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය 45° විටදී ලැබේ.

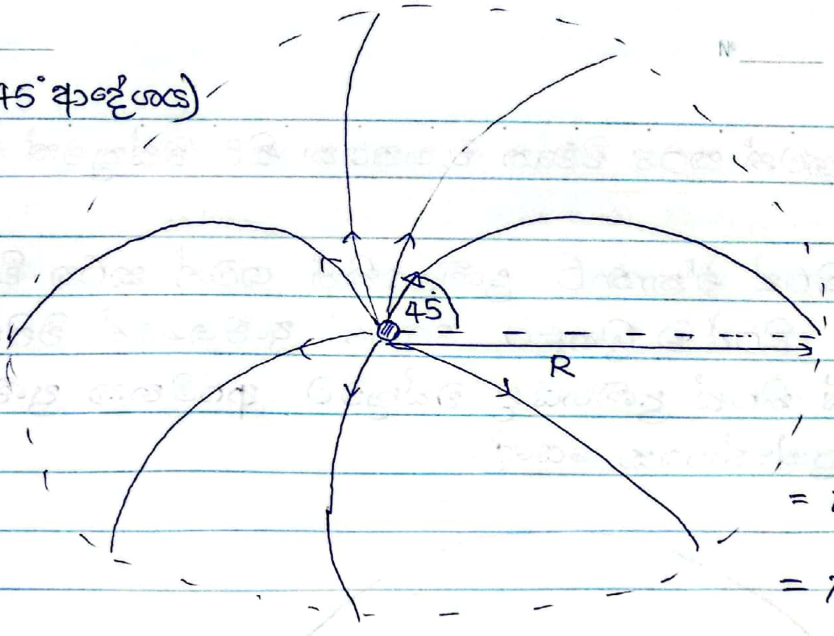
උපරිම R හි අගය (θ = 45° ආදේශයෙන්)

$$R = \frac{u^2}{g}\sin(2\theta)$$

$$= \frac{u^2}{g}\sin(2\times45)$$

$$= \frac{u^2}{g}\underbrace{\sin 90^\circ}_{=1}$$

$$\boxed{R = \frac{u^2}{g}}$$

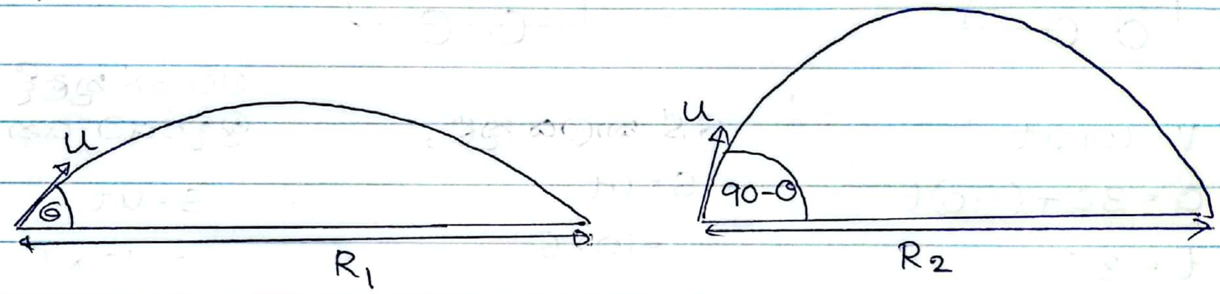


$$\pi R^2$$

$$= \pi\left(\frac{u^2}{g}\right)^2$$

$$= \pi\left(\frac{u^4}{g^2}\right)$$

* තිරස් පරාස සමාන වන සේ එකම වේගයෙන් විසි කළ හැකි අවස්ථා 2 හඳුනාගැනී



$$R = \frac{2u^2\sin\theta\cos\theta}{g}$$

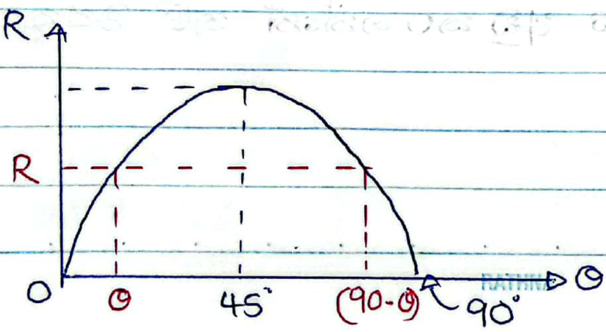
$$R_1 = \frac{2u^2\sin\theta\cos\theta}{g}$$

$$R_2 = \frac{2u^2\overbrace{\sin(90-\theta)}^{\cos\theta}\overbrace{\cos(90-\theta)}^{\sin\theta}}{g}$$

$$R_2 = \frac{2u^2\cos\theta\sin\theta}{g}$$

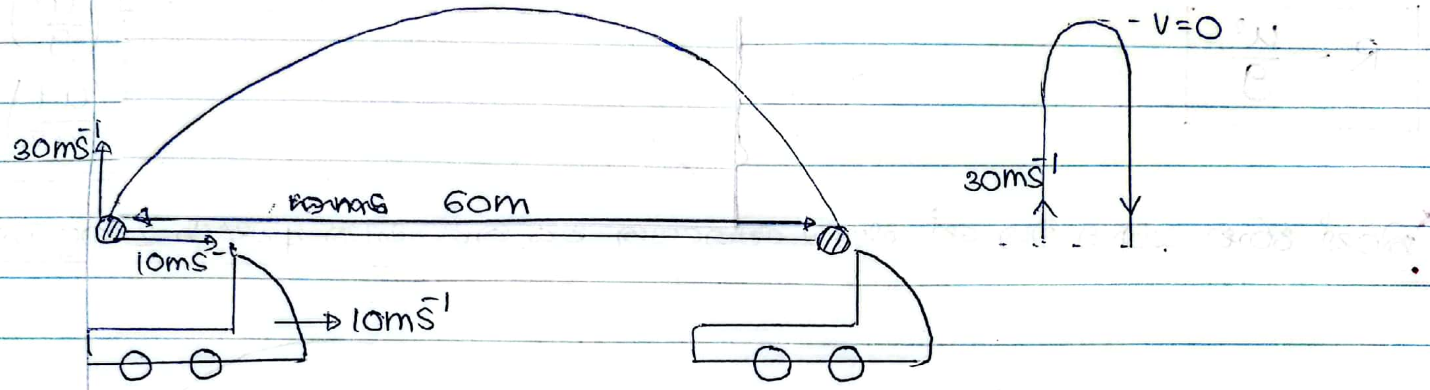
$\therefore R_1 = R_2$ වේ. //

මේ අනුව පෙනී යන්නේ, එකම වේගයෙන් විසිකරන විට ප්‍රක්ෂේපණ කෝණ θ හා (90-θ) යන දෙකෝදීම එකම තිරස් පරාසයක් ලැබෙන බවයි.



තිරස්ව ගමන් කරන විවෘත වාහනයක සිට වස්තුවක් සිරස්ව ඉහළට විසිකිරීම

$10ms^{-1}$ තිරස් ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් ගමන් කරන විවෘත වාහනයක සිට වස්තුවක් සිරස්ව ඉහළට $30ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් විසිකිරීම සලකමු. වාහනයේ තිරස් ප්‍රවේගය ද වස්තුවට ආරම්භක ප්‍රවේගයක් ලෙස හිමිවන නිසා වස්තුව ප්‍රක්ෂිප්තයක යෙදේ.



$\uparrow v = u + at$

$0 = 30 + (-10)t$

$t = 3s$

පියාසර කාලය $= 3 \times 2 = 6s$

6s කාලය තුළ,

$S = ut$

$= 10 \times 6$

$S = 60m$

(බෝලයේ තිරස් පරාසය)

එම 6s තුළදී වාහනය ඉදිරියට යන දුර,

$S = ut$

$= 10 \times 6$

$S = 60m$

* වාහනය ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් දිගටම ගමන් කරන්නේ නම් සිරස්ව විසිකරන වස්තුව නැවත වාහනයටම වැටේ.

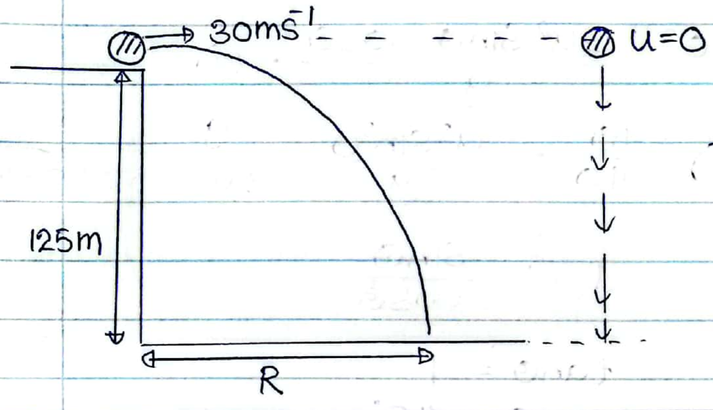
* වස්තුව සිරස්ව විසිකිරීමෙන් පසු වාහනය වේගය වැඩි කර ගත්තේ නම් හෝ වාහනය දිගින් දිගටම ත්වරණය වෙමින් පැවතියේ නම් වස්තුව පොළොවට වැටීමේදී වාහනයට පසුපසින් වැටේ.

* වාහනය දිගින් දිගටම මන්දනය වූයේ නම් හෝ වස්තුව සිරස්ව විසි කිරීමෙන් පසු වාහනයේ වේගය අඩු කර ගත්තේ නම් වස්තුව වාහනයට ඉදිරියෙන් වැටේ.

RATHNA

CamScanner

125 m උස ගොඩනැගිල්ලක සිට වස්තුවක් තිරස්ව $30ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. වස්තුව පොළොවේ ගැටීමට ගත වන කාලයත්, පොළොවේ ගැටෙන විට ගොඩනැගිල්ල පාමුල සිට තිරස් විස්ථාපනයත් ගණනය කරන්න.



සිරස් චලිතය

$S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$125 = 0 + \frac{1}{2} \times 10t^2$

$t^2 = 25$

$t = 5S$

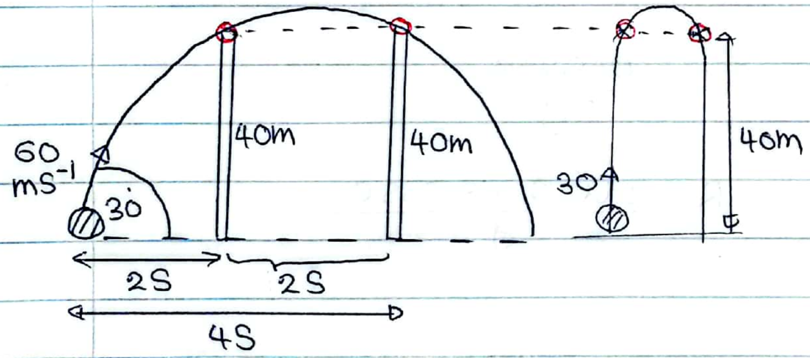
තිරස් චලිතය

$S = ut$

$= 30 \times 5$

$S = 150m$

වස්තුවක් තිරසට 30° ක් ආනතව $60ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. වස්තුව තම චලිත පථයේ ස්ථාන 2 කදී 40m උස කණු 2 ක් සමඟ යන්තමින් ස්පර්ශව ගමන් කරන්නේ නම් කණු 2 අතර තිරස් දුර සොයන්න.



සිරස් චලිතය

$S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$40 = 30t + \frac{1}{2}(-10)t^2$

$40 = 30t - 5t^2$

$8 = 6t - t^2$

$t^2 - 6t + 8 = 0$

$(t-4)(t-2) = 0$

$t = 2S$ හෝ $t = 4S$

තිරස් චලිතය

කණු 2 අතර 2S කාලය සඳහා

$\vec{S} = ut$

$= 60 \cos 30° \times 2$

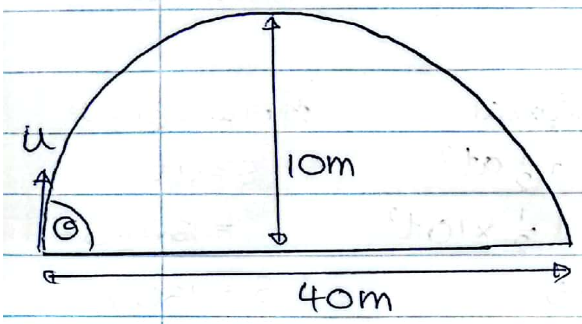
$= 60 \times \sqrt{3}/2 \times 2$

$S = 60\sqrt{3}\ m$

RATHNA

CamScanner

ප්‍රක්ෂිප්තයක උපරිම උස 10m වන අතර තිරස් පරාසය 40mකි. වස්තුවේ ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය සොයන්න.



$$10 = \frac{u^2 \sin^2\theta}{2g} \quad \text{—(1)}$$

$$40 = \frac{2u^2 \sin\theta \cos\theta}{g} \quad \text{—(2)}$$

$$\left(H = \frac{u^2 \sin^2\theta}{2g}\right)$$

$$\left[R = \frac{2u^2 \sin\theta \cos\theta}{g}\right]$$

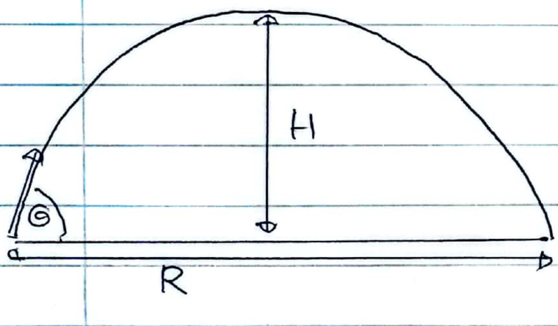
$$(1)/(2) \quad \frac{10}{40} = \frac{u^2 \sin^2\theta}{2g} \; \frac{g}{2u^2 \sin\theta \cos\theta}$$

$$1 = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\tan\theta = 1$$

$$\theta = 45^\circ$$

ප්‍රක්ෂිප්තයක තිරස් පරාසය උපරිම උස මෙන් දෙගුණයකි. ප්‍රක්ෂිප්තයට අදාළ ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය සොයන්න.



$$H = \frac{u^2 \sin^2\theta}{2g}$$

$$R = \frac{2u^2 \sin\theta \cos\theta}{g}$$

දත්තය ; $R = 2H$

$$\frac{2u^2 \sin\theta \cos\theta}{g} = \frac{2\,u^2 \sin^2\theta}{2g}$$

$$2 = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\tan\theta = 2$$

$$\theta = \tan^{-1}(2)$$

RATHNA

සාපේක්ෂ චලිතය

මෙම ඒකකය යටතේදී සිදුවන්නේ එක් වස්තුවකට පෙනෙන පරිදි අනෙක් වස්තුවේ චලිතයක් අධ්‍යනය කර ඒ ඇසුරෙන් සංකීර්ණ ගැටලු වඩාත් පහසුවෙන් විසඳීමයි.

* A නම් වස්තුවකට සාපේක්ෂව B නම් වස්තුවක ප්‍රවේගය යනු

"A ට පෙනෙන පරිදි B හි ප්‍රවේගයයි."

"A නිශ්චල යැයි සැලකූ විට B හි ප්‍රවේගයයි."

සාපේක්ෂ ප්‍රවේග ලියා දැක්වීමේදී පහත අංකන භාවිතා කරයි.

A හි ප්‍රවේගය = පොළොවට සාපේක්ෂව A හි ප්‍රවේගය = V_{AE}

B හි ප්‍රවේගය = පොළොවට සාපේක්ෂව B හි ප්‍රවේගය = V_{BE}

B ට සාපේක්ෂව A හි ප්‍රවේගය = V_{AB}

$$V_{AB} = V_A - V_B$$

$$V_{AB} = V_{AE} - V_{BE}$$

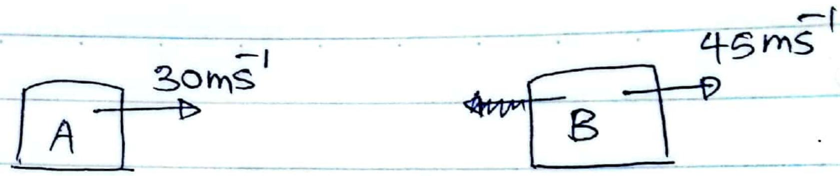
'ට' තියෙන තැන අඩු වෙනවා.

$$V_{AB} = V_{AE} + V_{EB}$$

RATHNA

CamScanner

(01)



$$V_{BA} = V_{BE} - V_{AE}$$

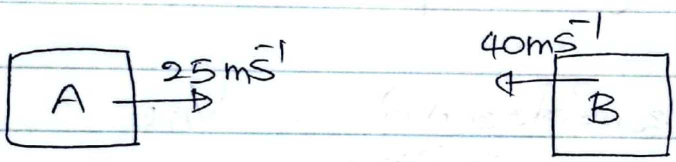
A ට සාපේක්ෂව B හි ප්‍රවේගය = B හි ප්‍රවේගය − A හි ප්‍රවේගය

$$= \overrightarrow{45ms^{-1}} - \overrightarrow{30ms^{-1}}$$

$$= \overrightarrow{15ms^{-1}}$$

---

(02)



$$V_{BA} = V_{BE} - V_{AE}$$

A ට සාපේක්ෂව B හි ප්‍රවේගය = B ප්‍රවේගය − A හි ප්‍රවේගය

$$= \overleftarrow{40ms^{-1}} - \overrightarrow{25ms^{-1}}$$

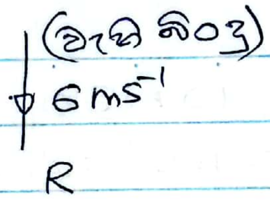
$$= \overleftarrow{40ms^{-1}} + \overleftarrow{25ms^{-1}}$$

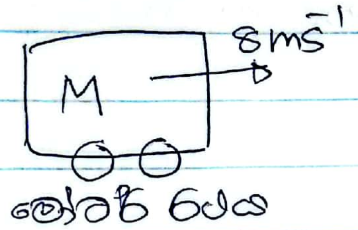
$$= \overleftarrow{65ms^{-1}}$$

---

(03) වැහි බිඳු සිරස්ව පොළට $6\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ඇද වැටෙන මොහොතක මෝටර් රථයක් තිරස්ව $8\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරයි. මෝටර් රථයට සාපේක්ෂව වැහි බිඳුවල ප්‍රවේගය ගණනය කරන්න.

CamScanner

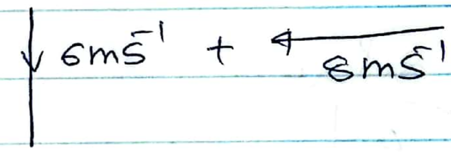


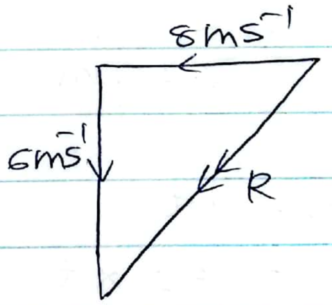


$$V_{RM} = V_R - V_M$$
$$= V_{RE} - V_{ME}$$

මෝටර් රථයට සාපේක්ෂව වැස්සේ ප්‍රවේගය } = වැස්සේ ප්‍රවේගය − මෝටර් රථයේ ප්‍රවේගය

=

= 

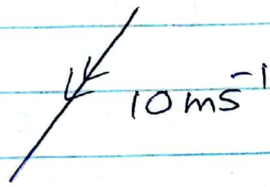
= 

$R^2 = 8^2 + 6^2$

$R^2 = 64 + 36$

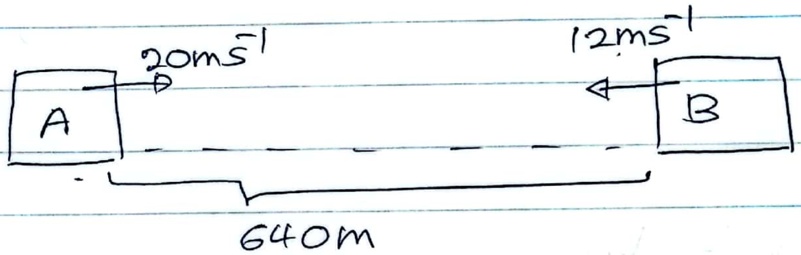
$R = \sqrt{100}$

$R = 10\ ms^{-1}$

= 

(04)

එකිනෙක අතර පරතරය 640 m වන මොහොතක A, B මෝටර් රථ දෙකක් පිළිවෙලින් $20\,ms^{-1}$ හා $10\,ms^{-1}$ ප්‍රවේගවලින් මුහුණට මුහුණලා ගමන් කරයි. රථ 2 හමුවීමට ගතවන කාලය සොයන්න.



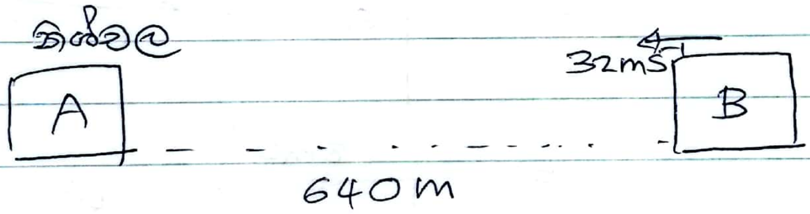
$$V_{BA} = V_{BE} - V_{AE}$$

A ට සාපේක්ෂව B හි ප්‍රවේගය $= \overleftarrow{12\,ms^{-1}} - \overrightarrow{20\,ms^{-1}}$

$= \overleftarrow{12\,ms^{-1}} + \overleftarrow{20\,ms^{-1}}$

$= \overleftarrow{32\,ms^{-1}}$ //

∴ A නිශ්චල නම් B හි ප්‍රවේගය $\overleftarrow{32\,ms^{-1}}$ ලෙස සැලකිය හැක.



$$s = ut$$

$$640 = 32 \times t$$

$$t = \frac{640}{32}$$

$$t = 20\,s$$

(*) පොළොවට සාපේක්ෂව එක් වස්තුවක ප්‍රවේගය සහ එම වස්තුවට සාපේක්ෂව තවත් වස්තුවක ප්‍රවේගය දී ඇත්නම් පොළොවට සාපේක්ෂව දෙවන වස්තුවේ ප්‍රවේගය හා ඊට අදාළ ගණනය කිරීම් පහත පරිදි සිදු කළ හැක.

(01) 12 m පළල පාරුවක් බටහිර සිට නැගෙනහිරට $4ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරන අතරතුර එය මත සිටින මිනිසෙකු පාරුවට සාපේක්ෂව පාරුවේ චලිතයට ලම්බක දිශාවකට $3ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරයි.

(1) පොළොවට සාපේක්ෂව මිනිසාගේ ප්‍රවේගය ?

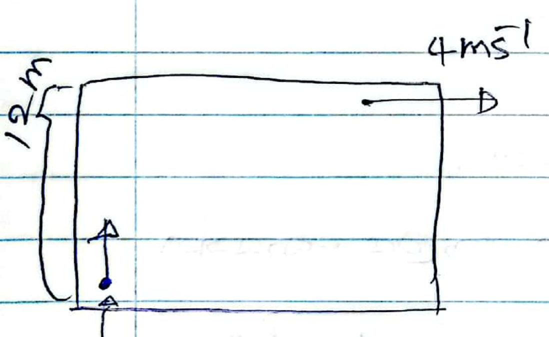
පොළොවට සාපේක්ෂව පාරුව $(V_{PE}) = \overrightarrow{4ms^{-1}}$

පාරුවට සාපේක්ෂව මිනිසා $(V_{MP}) = \uparrow 3ms^{-1}$

පොළොවට සාපේක්ෂව මිනිසා $(V_{ME}) = ?$

$$V_{MP} = V_M - V_P$$

$$V_{MP} = V_{ME} - V_{PE}$$

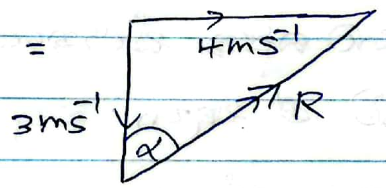


පාරුවට සාපේක්ෂව මිනිසා $= 3ms^{-1}$

$$\uparrow 3ms^{-1} = V_{ME} - \overrightarrow{4ms^{-1}}$$

$$V_{ME} = \uparrow 3ms^{-1} + \overrightarrow{4ms^{-1}}$$

$V_{ME} =$

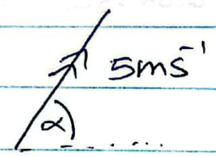


$R = 5ms^{-1}$

$$\tan\alpha = 4/3$$

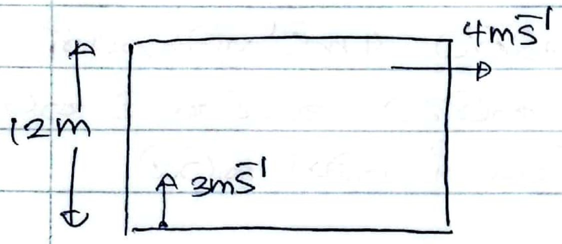
$$\alpha = \tan^{-1}(4/3)$$

$V_{ME} =$



(2) පාරුවේ පළල 12m නම් මිනිසා අනික් කෙළවරට ළඟාවීමට ගතවන කාලයත් එවිට මිනිසා තිරස්ව චලනය වී ඇති මුළු දුරත් ගණනය කරන්න

පාරුව නිශ්චල යැයි සලකා,



$\uparrow s = ut$

$12 = 3t$

$t = 4s$

∴ මෙම 4 s තුළ තිරස්ව යන දුර:

$\vec{s} = ut$

$= 4 \times 4$

$s = 16m$

---

(02) ගඟක් බටහිර සිට නැගෙනහිර දිශාවට 6 ms⁻¹ ප්‍රවේගයෙන් ගලා යයි. පුද්ගලයෙක් ගඟට සාපේක්ෂව 8 ms⁻¹ ප්‍රවේගයෙන් ගඟට ලම්බකව පිහිනීමට උත්සාහ කරයි. ගඟේ පළල 16 m වේ.

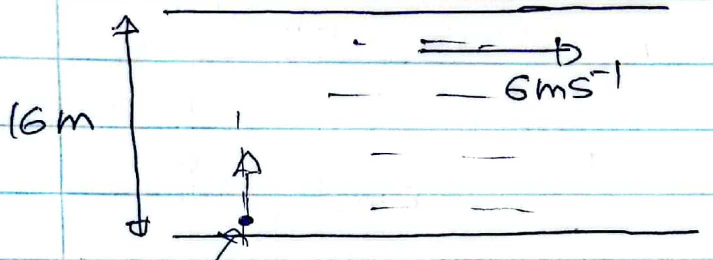
(i) පොළොවට සාපේක්ෂව මිනිසාගේ ප්‍රවේගය සොයන්න.

(ii) මිනිසා අනික් ඉවුර වෙත ළඟාවීමට ගතවන කාලය සොයන්න.

(iii) ඒ වන විට මිනිසා ජලය පහළට ගසා ගෙන ගිය දුර සොයන්න.

(iv) මිනිසා ගඟට බසින ස්ථානයේ ලම්බක ඉවුරේ අනෙක් පසට ළඟා වන්නේ නම් ඒ සඳහා ඔහු මෙම ප්‍රවේගයෙන් ම පිහිනිය යුතු තිරසට ආනත කෝණය සොයන්න.

CamScanner



ගඟට සාපේක්ෂව මිනිසා = 8 ms^{-1} ↑

පොළොවට සාපේක්ෂව ගඟ (V_{RE}) = $\overrightarrow{6 ms^{-1}}$

ගඟට සාපේක්ෂව මිනිසා (V_{MR}) = ↑ 8 ms^{-1}

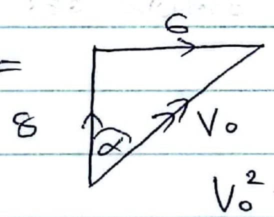
පොළොවට සාපේක්ෂව මිනිසා (V_{ME}) = ?

(i) $V_{MR} = V_{ME} - V_{RE}$

$$\uparrow 8 ms^{-1} = V_{ME} - \overrightarrow{6 ms^{-1}}$$

$$V_{ME} = \uparrow 8 ms^{-1} + \overrightarrow{6 ms^{-1}}$$

=



$\tan\alpha = \frac{6}{8}$

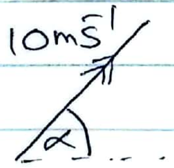
$\tan\alpha = \frac{3}{4}$

$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$

$V_0^2 = 8^2 + 6^2$

$V_0 = \sqrt{100}$

$V_0 = 10 ms^{-1}$



$= V_{ME}$

(ii) ↑ $s = ut$

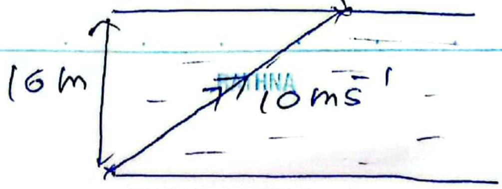
$16 m = 8 ms^{-1} \times t$

$t = 2 s$

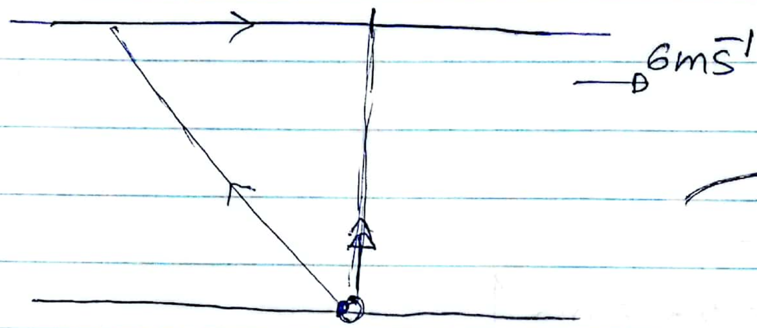
(iii) → $s = ut$

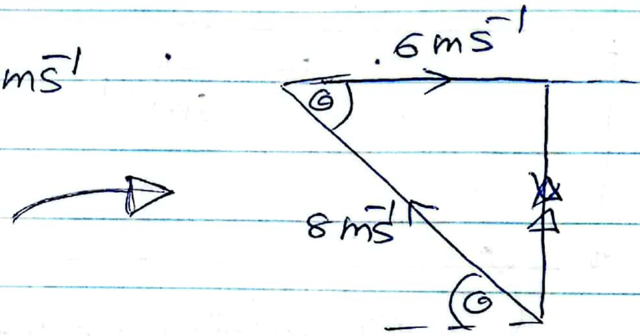
$S = 6 \times 2$

$S = 12 m$



(iv)





$$\cos\theta = \frac{6}{8}$$

$$\cos\theta = \frac{3}{4}$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$$

සෑමවිටම ගඟට සාපේක්ෂව මිනිසාගේ ප්‍රවේගයත්, පොළොවට සාපේක්ෂව ගඟේ එකතුව දෙකේ එකතුවෙන් පොළොවට සාපේක්ෂ මිනිසාගේ ප්‍රවේගය නිර්මාණය වන නිසා පොළොවට සාපේක්ෂව මිනිසාගේ ප්‍රවේගය සෘජුව ගඟට ලම්බකව පිහිටන සේ ඉහත දෛශිකය සොයා ගත හැක.